

DOI: 10.19416/j.cnki.1674-9804.2017.01.014

# POD 方法在风洞试验二维速度场 分析中的应用

## Application of POD Method in 2D Velocity Flow Filed Analysis in Wind-tunnel Test

巴玉龙 / BA Yulong

(上海飞机设计研究院, 上海 201210)

(Shanghai Aircraft Design and Research Institute, Shanghai 201210, China)

### 摘要:

针对风洞试验二维速度流场,构建了正交分解与流场重构的数学模型。通过对鼓包背风面 PIV 瞬时速度流场进行分解,发现阶数越低的模态对原始流场的能量贡献率越大,代表了流场中的低频、大尺度流动结构;反之,阶数越高的模态对原始流场的能量贡献率越小,代表了流场中的高频、小尺度流场结构等信息。通过对流场进行低维重构,发现前 4 阶重构流场几乎不受一些小尺度旋涡的影响,很清晰地显示了流场的主要结构。

**关键词:** 本征正交分解; POD; 模态; 风洞试验; 流场重构

**中图分类号:** V211.7

**文献标识码:** A

**[Abstract]** A mathematical model is constructed to analyze velocity flow filed of wind-tunnel test using POD method. Based on this model, the instantaneous velocity field at the leeward side of a bump is analyzed. The results show that the first few POD modes occupying most of the energy represent the large-scale coherent structures that dominate the global flow field while higher POD modes occupying less energy represent the small-scale structures and background noise. The reconstructed velocity field by the first four POD modes can exclude small-scale flow structures, containing only large-scale structures, which researchers are interested in.

**[Keywords]** Proper orthogonal decomposition; POD; mode; wind tunnel test; reconstruction

## 0 引言

飞机设计过程中,通常需进行大量风洞试验,试验中经常需采集大量数据。因此需发展一种后处理方法来对这些数据进行后处理,以得到其中蕴含的最主要信息,从而帮助飞机设计者认识到试验本质。本征正交分解(Proper Orthogonal Decomposition,简称 POD)就是其中最有效的方法之一,能够解决复杂的多元非线性问题。POD 的本质就是将一系列的测量数据分解为若干模态,各模态所含能量不同,其中能量最高的就是最主要的流动结构。如果被测流场是由几个主控结构组成的,那么通过

POD 方法就可将这几个结构按能量高低依次展示出来,从而找出在流场中起主控作用的流场结构。

POD 方法最早在 1967 年提出, Lumley 等<sup>[1]</sup>将其引入到流体力学的分析中。POD 的实现方法主要有两种,一种是 Classic POD,主要针对同一图像中不同点之间的相关性进行分析;另一种是 Snapshots POD,主要针对相同位置的点,对沿时间轴分布的多幅图片中的相关性进行分析。近年来,POD 方法被大量应用到科学研究与工程试验中。阳详等<sup>[2]</sup>将 POD 方法应用在数值模拟得到的径向旋转方通道内的湍流数据处理中,得到湍流大尺度结构,加深了对湍流结构的认识。廖俊等<sup>[3]</sup>将 POD 方

法应用在非平稳随机振动响应的计算中,增加了计算效率。李元齐等<sup>[4]</sup>对球面及柱面壳体模型进行了风洞试验研究,发现利用 POD 方法能有效地从整体上把握这类建筑物表面的风压分布规律。李璟等<sup>[5]</sup>在平屋面风场本征正交分解与重构研究的基础上,将谐波合成法与基于协方差矩阵的 POD 方法结合起来,首次提出适用于屋盖结构的风场两步模拟法。Dipankar 等<sup>[6]</sup>与 Feng 等<sup>[7]</sup>将 POD 方法应用到圆柱绕流分析中(et al., 2007; et al., 2010; Feng et al., 2011),能形象地观察到圆柱后缘旋涡脱落的规律。

可见,POD 方法被大量应用到科学研究与工程试验中。本文以风洞试验得到的速度流场为例,介绍 Snapshots POD 方法在风洞试验二维速度场分析中的应用。在工程风洞试验中,如果试验得到的是三维流场,可以利用本文介绍的方法对某些关键剖面的流场进行二维 POD 分析,从而达到对整个流场进行分析的目的。

### 1 POD 方法的基本原理

POD 方法的本质问题是通过计算得到函数空间  $\{q^k \in L^2(\Omega) | k=1,2,\dots,M\}$  的一组“最优”正交基  $\{\varphi_i | i=1,2,\dots,\infty\}$ ,这里的“最优”意味着使函数空间投影到正交基上产生的误差达到最小。这个问题就能得到由特征向量  $\varphi_i$  组成的正交基  $\{\varphi_i\}$ ,从而函数空间  $\{q^k\}$  能够用正交基  $\{\varphi_i\}$  来表示:

$$q^k = \sum_{i=1}^{\infty} q_i^k \varphi^i \quad (1)$$

其中  $a^k = (q^k, \varphi_i)$ 。

Snapshots POD 方法就是用原函数空间元素  $q^k$  的线性组合来表示特征模态。具体做法如下,首先对于一个具有  $N$  个 snapshots 的二维速度场  $V(x, y, t)$ ,可以用一个矩阵  $U$  来表示这个流场的全部速度脉动信息,即

$$U = [u^1, u^2, \dots, u^N]^T = \begin{bmatrix} u_1^1 \cdots u_{lm}^1 v_1^1 \cdots v_{lm}^1 \\ u_1^2 \cdots u_{lm}^2 v_1^2 \cdots v_{lm}^2 \\ \dots \dots \dots \\ u_1^N \cdots u_{lm}^N v_1^N \cdots v_{lm}^N \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中,  $l, m$  分别代表流场  $V(x, y, t)$  在  $x$  方向和  $y$  方向的节点数,  $N$  表示时间方向的采样总数。进而得到矩阵  $\hat{C}$ :

$$\hat{C} = U^T U \quad (3)$$

计算特征值问题:

$$\hat{C} A^i = \lambda^i A^i \quad (4)$$

将该式求得特征值  $\lambda_i$  与所对应的特征向量  $A^i$  按  $\lambda_i$  大小重新排列使得:

$$\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_N = 0 \quad (5)$$

这样,特征值  $\lambda_i$  与所有特征值之和  $\sum_{j=1}^N \lambda_j$  之比,即:

$$E_i = \lambda_i / \sum_{j=1}^N \lambda_j \quad (6)$$

就代表了第  $i$  阶 POD 模态  $\varphi^i$  所包含的“能量”(反映了该模态所包含的信息对流场的贡献程度)。POD 模态可以构建为:

$$\varphi^i = \frac{\sum_{n=1}^N A_n^i u^n}{\left\| \sum_{n=1}^N A_n^i u^n \right\|}, i = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

从而得到模态矩阵  $\Phi$ :

$$\Phi = [\varphi^1 \quad \varphi^2 \quad \dots \quad \varphi^N] \quad (8)$$

其中第  $n$  个 snapshot 所对应的 POD 模态系数  $a_i$  为:

$$a_i = \varphi^i u^n \quad (9)$$

利用上面所求得的 POD 系数  $a_i$  与所对应的模态  $\varphi^i$  来重构二维速度流场,可得:

$$u^n = \sum_{i=1}^N a_i^n \varphi^i = \Phi a^n \quad (10)$$

理论上讲,通过上式可以重构出与原始流场一模一样的流场  $V(x, y, t)$ 。然而,在实际操作中,为了简化计算,一般只计算包含原始流场前 99% 能量的模态信息。

### 2 POD 分解二维速度场

如果对 POD 分解后的各阶模态按照能量贡献率从大到小排序,阶数越低的模态对原始流场的能量贡献率越大。假设周期性或准周期性变动的流场低频、大尺度的速度场占主导地位,那么从物理的角度可以认为低维模态表征流场中的低频、大尺度流动结构,而高阶模态表征流场中的高频、小尺度脉动,或者是背景噪声等信息。

Wang 等人<sup>[7]</sup>为了尝试研究鼓包背风面的分离流场,对一个典型的二维鼓包背风面流动进行了速度流场试验测量。测量仪器为二维 PIV 系统,该系统采用连续的激光器作为光源,激光器功率 1.5W,波长 532nm。示踪粒子直径为  $5\mu\text{m} \sim 10\mu\text{m}$ ,平均密

度  $1.05\text{g}/\text{mm}^3$  的空心玻璃微珠,记录仪器采用分辨率为  $640 \times 480$  像素的高速 CCD 相机。数据采集频率为  $100\text{Hz}$ ,电子快门曝光时间间隔为  $5\text{ms}$ ,试验中每个工况均拍摄 3 组,每组记录的图像数量均为 1 万幅,软件系统的相对测量误差为  $1\%$ 。

以 Wang 等人<sup>[7]</sup>通过 PIV 试验得到鼓包背风面速度流场为例,利用 snapshots POD 方法对其中某一瞬时流场进行分解,得到的法向速度流场的前四阶模态如图 1 所示,伪彩色代表了脉动速度的大小(各模态色标均与第一阶相同),从而红色与蓝色区域分别表示流场中的高速区与低速区(或回流区)。前四阶模态系数随时间的变化如图 2 所示,由图可知,一、二阶模态相互耦合,三、四阶模态相互耦合。前两阶模态的系数随时间呈明显的周期性变化,且

振幅远远大于三、四阶模态系数的振幅。图 3 显示了各阶模态所含的能量与流场全部能量的百分比。由图可知,前两阶模态包含的能量明显大于其它模态,前两阶模态对流场贡献  $35\%$  以上的能量,前四阶模态贡献大约  $50\%$  的能量。

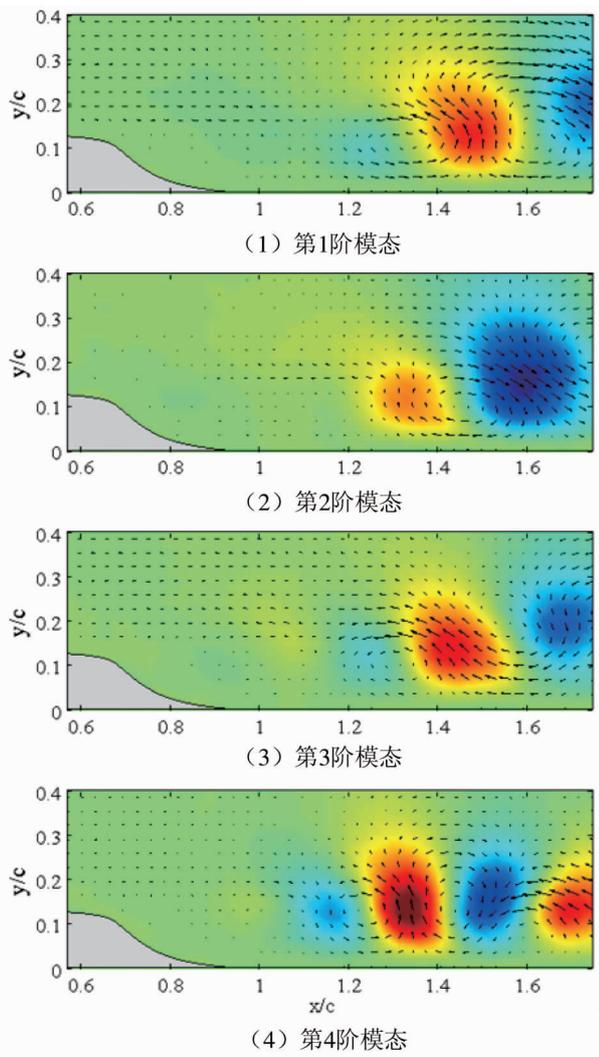


图1 法向速度流场经过 POD 分解后的前四阶模态(伪彩色表示法向速度分量脉动,矢量箭头代表脉动速度向量)

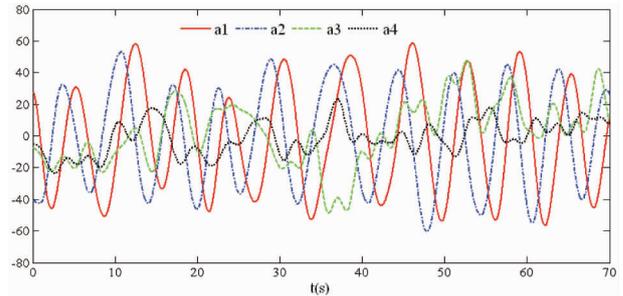


图2 前四阶模态系数随时间变化曲线

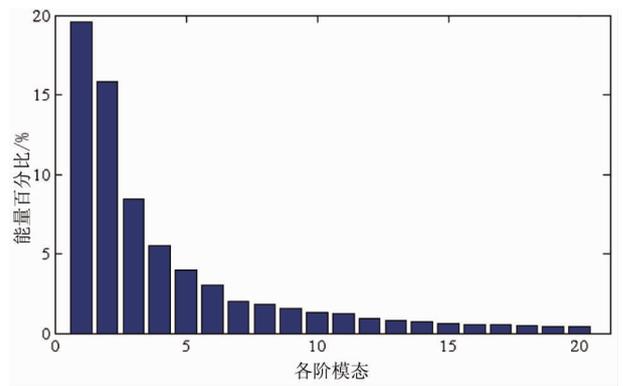


图3 POD 各阶模态的相对能量

鼓包背风面的分离流动与大迎角机翼上表面的流动分离相似,边界层分离后流场的不稳定扰动急剧增大,并很快增长到最大值,随后沿流向慢慢衰减。分离剪切层由于受 K-H 不稳定(Kelvin-Helmholtz instability)扰动而失稳产生展向涡结构,这些涡结构周期性的向下游发展。由图 1 可知,该瞬时流场中,旋涡发展到流向  $1.5$  的位置附近。

### 3 POD 重构二维速度场

既然阶数越低的模态对原始流场的能量贡献率越大,代表了流场中的低频、大尺度流动结构。那么,可以应用低维模态对原始流场进行低维重构,组成新的流场。这种新的流场保留了原始流场的主要结构和信息,剔除了部分高频干扰及噪声干扰的影响,有助于对流场的分析。

对图 1 所示分解后的流场进行低维重构,并用伪彩色代表旋涡强度,得到的前 4 阶、前 20 阶、前 100

阶重构流场与原始流场的对比如图 4 所示。旋涡强度的优点是不受速度边界层的干扰,能很容易辨识出旋涡。由图可知,POD 前 4 阶重构流场几乎不受一些小尺度旋涡的影响,很清晰地显示了流场的主要结构。随着 POD 重构维数的增大,小尺度旋涡结构逐渐增多。前 100 阶重构流场几乎与原始流场毫无差别。在实际的数据分析中,前 4 阶重构流场是最常用的。

由图 4 可知,前 4 阶重构流场保留了鼓包分离剪切层失稳产生主要涡结构,剔除了其它一些非主要旋

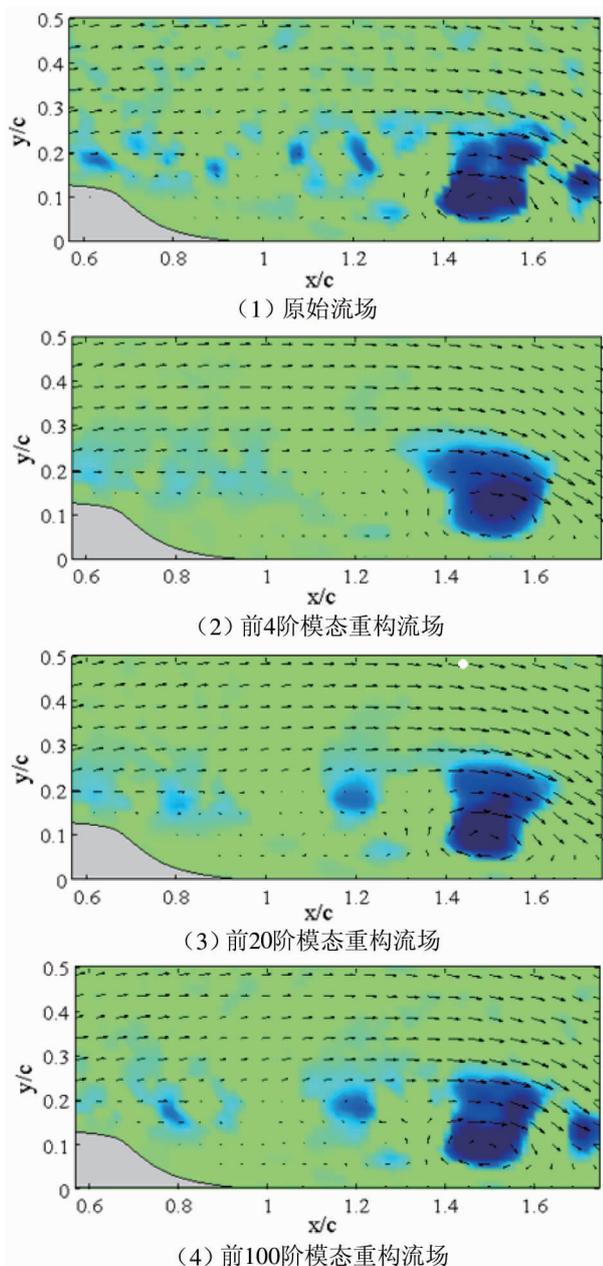


图 4 POD 重构流场与原瞬时流场对比 (其中伪彩色表示旋涡强度,矢量箭头代表速度向量)

涡的干扰。虽然这些非主要旋涡与主涡结构在原始流场中也较容易分辨,但在三维流动中,流场结构变的非常复杂。这时如果在某些关键剖面对流场进行低阶 POD 重构,将很有助于研究者抓住主要旋涡结构。

## 4 结论

本文介绍了 POD 的基本原理,并在此基础上建立了风洞试验所得到的二维速度场通过 snapshots POD 分解与流场重构的数学模型。以鼓包背风面 PIV 瞬时速度流场为例,应用 POD 分解与重构模型对上述流场进行了分析,发现通过 POD 能对流场的信息进行分解后,高阶模态包含着流场中的高频、小尺度旋涡信息,低阶模态包含着鼓包分离剪切层失稳及分离后的主要旋涡信息。这些主要旋涡结构是流场的本质,为了在不受小尺度旋涡干扰的情况下研究流场的本质,对鼓包背风面流场进行 POD 低维重构。对重构后的流场研究表明前 4 阶重构流场保留了鼓包分离剪切层失稳产生主要涡结构,剔除了其它一些非主要旋涡的干扰,为鼓包分离流场的分析提供了便利。可见,POD 重构流场为流场分析提供了一种有效手段。

### 参考文献:

- [1] Lumley J L. The structure of inhomogeneous turbulence [C]. Moscow: Proc atmospheric turbulence and wave propagation, 1967: 166 - 178.
- [2] 阳洋,丁鹏,李增耀,等. 基于 POD 方法的湍流大尺度信息提取与分析[J]. 工业热物理学报, 2010, 31(6): 1019 - 1022.
- [3] 廖俊,孔宪仁,徐大富,等. 基于正交分解法的非平稳随机振动响应计算[J]. 宇航学报, 2010, 31(12): 2651 - 2656.
- [4] 李元齐,沈祖炎. 本征正交分解法在曲面模型风场重构中的应用[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2006, 34(1): 22 - 26.
- [5] 李璟,韩大建. 本征正交分解法在屋盖结构风场模拟中的应用[J]. 工程力学, 2009, 26(3): 64 - 72.
- [6] Dipankar A, Sengupta T K, Talla S B. Suppression of vortex shedding behind a circular cylinder by another control cylinder at low Reynolds numbers [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2007, 573: 171 - 190.
- [7] Feng L H, Wang J J, Pan C. Effect of novel synthetic jet on wake vortex shedding modes of a circular cylinder [J]. Journal of Fluids and Structures, 2010, 26: 900 - 917.
- [8] Wang J J, Ba Y L, Feng L H. Experimental investigation on laminar separation control for flow over a two-dimensional bump [J]. Journal of Turbulence, 2014.