

# 损伤力学模型在胶接结构耐久性/损伤容限分析中的应用

张颖

(中航工业第一飞机设计研究院,西安,710038)

Damage Mechanical Model Application for Bonding Structure  
Durability and Damage Tolerance Analysis

Zhang Ying

(The First Aircraft Institute of AVIC, Xi'an 710038, China)

**摘要:**介绍了胶接结构胶层在简单加卸载情形下的损伤演化本构模型及其数值计算方法的国外研究工作,并对其在胶接结构的耐久性/损伤容限工程评估中的应用进行了分析评述,目的希望推动国内在航空胶接结构设计分析中的应用研究工作。

**关键词:**损伤力学;胶接结构;胶层;耐久性;损伤容限

**[ Abstract ]** The mechanical model of damage developing in adhesive under simple loading-unloading condition is introduced in the paper. Their overseas numerical analysis solutions are also described. The applications in evaluating bonding structure durability and damage tolerance are explored and commented in order to promote the domestic airframe bonding structure design and analysis.

**[ Key words ]** damage mechanical; bonding structure; adhesive; durability; damage tolerance

## 0 引言

胶接技术的不断革新及其自身工艺的简单性优势近年来在航空航天结构中呈现出愈来愈广泛的应用发展趋势,对于提高结构的整体性、改善结构传力路径、减少零构件数量、缩短研制周期、降低加工制造以及维修成本诸方面均能带来良好的技术效益,成为开发新型结构设计思维的有效技术途径之一。有资料显示<sup>[1-3]</sup>,美国在CAI(Composite Affordability Initiative)航空结构创新设计技术活动中,由于采用了胶接等连接技术,在结构部件装配阶段减少了约75%的零构件数量;在静强度方面,采用胶接的结构连接接头约可恢复到80%的原结构材料强度,而紧固件连接接头由于过分的应力集中仅能恢复到50%的原结构材料强度;在胶铆连接接头的疲劳断裂性能方面,即使胶接质量偏差,也由于其增大了摩擦传力的面积,较纯铆钉机械连接的寿命大大延长。特别是胶接技术在结构补片修理技术应用中不断趋于成熟,使其在航空结构低成本全寿命周期管理中的作用亦日显重要。

航空结构的使用资料统计表明,约70%的结构失效起始于结构的连接部位,同时由于胶接结构固有的边缘应力劣化性质以及连接接头可检性差等原因,加之胶接对环境的敏感性以及结构反复承载的复杂性等原因,为保障胶接结构的使用安全,有必要深入研究胶接结构的耐久性/损伤容限特性,从而获得更有效的胶接结构设计技术。在胶接结构耐久

性/损伤容限特性分析研究中,现阶段断裂力学分析方法仍存在着较大的技术障碍,其原理如下:金属胶接结构的破坏过程仍然是微裂纹的发生发展过程,其中伴随着复杂的裂纹成核、裂纹转折、裂纹受阻以及多裂纹等的微观物理损伤演化,且过程均发生在胶接界面或胶体内;由于胶接结构边缘处的指数应力特性,使其裂纹的发生发展起始于结构的边角处,一般而言由剥离应力控制强度,而剪切应力控制裂纹扩展,胶接结构边缘处的裂纹会形成复杂的多型混合裂纹模式。这样,胶接结构的裂纹扩展难于遵从经典断裂力学分析所需的初始裂纹构形以及裂纹扩展的自相似几何,即使勉强处理,亦难于将微裂纹的耐久性分析段与宏观裂纹扩展的损伤容限分析段有机的结合起来。因此,发展新型的能够统一耐久性/损伤容限的分析方法显得具有极大的理论与工程应用意义。本文在综述国外技术资料<sup>[4-7]</sup>的基础上,介绍近期在损伤力学与有限元数值计算结合方面的研究进展,并对其在胶接结构耐久性/损伤容限分析的应用可行性予以分析论述。

## 1 胶接损伤软化本构关系

建立胶接体本构关系首先应注意其在使用中的几何特征,也是为着兼顾数值计算分析上的特点,需要寻找恰当的物理量来描述其性能的变化关系;再者,所建立起的本构关系需要能够描述其在物理损伤演化前后材料性能的变化特征,并与损伤起始及其扩展的判据相协调。以下各小节完整地描述了简

单加载条件下的胶体损伤本构关系的建立。

### 1.1 胶接薄层的运动几何

胶接体以很薄的层状特点连接着两个粘接物,因此用两个无几何厚度的薄层来描述其分离的几何运动是恰当的。当胶层未受到变形作用前,这两个薄层应当位于同一几何位置,即可用同一物质坐标来描述。如图 1 所示的三维情形,假设未变形胶层面用  $S^0$  表示,变形分离后的上下两胶层面用  $S^\pm$  表示。 $S^0$  上一点  $P^m$  在直角坐标系下用  $X_i(\eta_1, \eta_2)$ ,  $i=1,2,3$  描述,其中  $\eta_1, \eta_2$  为  $S^0$  上的曲线坐标系。再令直角坐标  $x_i^\pm = x_i^\pm(\eta_1, \eta_2)$ ,  $i=1,2,3$  分别表示上下两胶层面  $S^\pm$  的变形运动。若用  $U_i^\pm$  表示  $P^m$  点的位移量,则在  $P^m$  点变形分离的几何运动可表示为:

$$x_i^\pm = X_i + U_i^\pm, i=1,2,3 \quad (1)$$

为着计算需要,再定义一个胶层的中面  $S^m$ ,该面的变形运动用式(2)描述:

$$x_i^m = \frac{1}{2}(x_i^+ + x_i^-) = X_i + \frac{1}{2}(U_i^+ + U_i^-) \quad (2)$$

由  $S^m$  的定义可得其上任意一点处的两切向量,即

$$r_1 = \left\{ \frac{\partial x_1^m}{\partial \eta_1}, \frac{\partial x_2^m}{\partial \eta_1}, \frac{\partial x_3^m}{\partial \eta_1} \right\} \quad (3)$$

$$r_2 = \left\{ \frac{\partial x_1^m}{\partial \eta_2}, \frac{\partial x_2^m}{\partial \eta_2}, \frac{\partial x_3^m}{\partial \eta_2} \right\}$$

$S^m$  上任一点处切平面的法向量用叉乘表示为

$$r_3 = r_1 \times r_2 \quad (4)$$

为正交化该点切平面的方向矢量,可得

$$r_2 = r_3 \times r_1 \quad (5)$$

于是,胶层中面  $S^m$  上任一点处切平面与固定直角坐标系变换矩阵表示为

$$R = [\hat{r}_1, \hat{r}_2, \hat{r}_3], \text{ 其中 } \hat{r}_i = \frac{r_i}{|r_i|}, i=1,2,3 \quad (6)$$

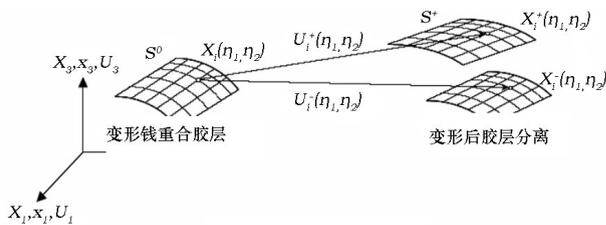


图 1 胶层变形前后几何示意图

由此可得胶层一点处变形后相对位移量在变形中面局部切平面坐标上的表达式,即:

$$\Delta_i = R_{ji}(x_j^+ - x_j^-) = R_{ji}(U_j^+ - U_j^-) \quad (7)$$

在后续数值有限元计算分析中需用到胶层界面的虚位移概念,由式(7)可得胶层相对位移量的变分表达式:

$$\delta \Delta_i = \left( R_{ji} + U_k^+ \frac{\partial R_{ki}}{\partial U_j^+} \right) \delta U_j^+ - \left( R_{ji} + U_k^- \frac{\partial R_{ki}}{\partial U_j^-} \right) \delta U_j^- = Q_{ji}^+ \delta U_j^+ - Q_{ji}^- \delta U_j^- \quad (8)$$

### 1.2 混合模式下界面的破坏判据

如前所述,通常界面的损伤演化过程一般在复杂应力状态或混合模式下发生发展。因此给出混合模式下的界面损伤起始以及损伤发展的工程实用判据有着重要意义。损伤起始意味着原来完好的胶层中变形后局部工作应力达到强度阈值,形成局部起裂。对于混合加载模式,这个强度破坏的工程准则可由式(9)给出:

$$\bar{T}_e = \left( \left( \frac{T_1}{T_1^c} \right)^\alpha + \left( \frac{T_2}{T_2^c} \right)^\alpha + \left( \frac{\langle T_3 \rangle}{T_3^c} \right)^\alpha \right)^{\frac{1}{\alpha}} = 1 \quad (9)$$

式中,  $T_j$  为胶层中面第  $j$  个方向的面力;  $T_j^c$  为胶层单向强度;  $\langle \cdot \rangle$  表示 heaviside 函数,物理上说明  $T_3$  为压时不起强度破坏作用;  $\alpha \geq 2$  控制了强度曲面形状,显然  $\alpha = 2$  为空间凸半球。

胶层局部层裂后的继续扩展新生界面需由界面的能量释放率控制,对混合加载模式下的能量释放率判据可由式(10)经验给出:

$$\left( \frac{G_I}{G_{Ic}} \right)^{\frac{\alpha}{2}} + \left( \frac{G_{II}}{G_{IIc}} \right)^{\frac{\alpha}{2}} + \left( \frac{G_{III}}{G_{IIIc}} \right)^{\frac{\alpha}{2}} = 1 \quad (10)$$

式中,  $G_j$  为纯  $j$  型模式下的能量释放率(驱动力),  $j=I, II, III$ ;  $G_{jc}$  为纯  $j$  型下的能量释放率临界值(阻力阈值);  $\alpha$  为材料常数,控制了损伤扩展的空间轨迹。 $\alpha=2$  时,为线性交互作用判据;从  $\alpha>2$  起,破坏面趋向于  $1/8$  三次幂曲面。

### 1.3 界面材料的软化本构关系

经验的界面本构关系需能够具备描述界面损伤起始、损伤演化以及损伤扩展的能力,这个物理过程在一个过程区内(裂纹面前缘)微观地演化着,且对不同材料在机制上也相差甚远,如韧性材料的塑性变形、聚合物材料微观上分子链结构对空洞桥连作用的弱化以及陶瓷体中微裂纹密度的增加等。连续介质损伤力学研究方法经对分子键结合力的变化性态的演绎建立起了描述胶层界面上同坐标材料点物理分离的本构关系。原始分子键结合力变化性态经简单处理后可描述一个非线弹的本构关系,即:

$$T(\Delta) = T^c \bar{\Delta} \exp\left(\frac{1 - \bar{\Delta}^\beta}{\beta}\right) \quad (11)$$

式中,  $\bar{\Delta} = \Delta/\Delta^c$ ,  $T^c$  为最大的键合强度并对应于临界的拉伸位移  $\Delta_c$ ;  $\beta \geq 1$  为经验参数, 控制破断前键合弱化的拉伸范围。不同  $\beta$  值的曲线如图 2 所示。

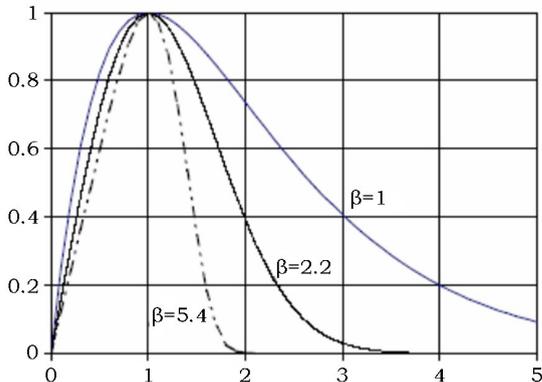


图 2 不同  $\beta$  值控制弹簧软化的范围示意图

图 2 曲线下的面积代表了实际上单位面积材料破断前的吸收功, 也即  $G^c$ 。由此得到:

$$G^c = \int_0^{\infty} T(\Delta) d\Delta = T^c \Delta^c \beta^{c(2-\beta) / \beta} \Gamma\left[\frac{2}{\beta}\right] \exp\left(\frac{1}{\beta}\right) \quad (12)$$

式中,  $\Gamma[z]$  为 Euler-Gamma 函数。

(11) 式并不能反映介质层在损伤过程中的不可逆过程, 需要在 (11) 式中引入一个内状态变量来控制损伤的不可逆过程。由此 (11) 式改写为如下形式:

$$T(\Delta) = T^c \bar{\Delta} \exp\left(\frac{2 - \bar{\Delta}^\beta / \tilde{d} - \tilde{d}}{\beta}\right) \quad (13)$$

式中的  $\tilde{d}$  在连续介质损伤力学框架下由热力学熵增原理可给出  $\tilde{d} \geq 0$  的半正定条件, 再由  $\tilde{d}$  对非线性弹问题的描述还原特征, 可得  $\tilde{d}$  关于时间的离散取值, 即:

$$\tilde{d}^{(t_i)} = \max(1, \tilde{d}^{(t_{i-1})}, \bar{\Delta}_{(t_i)}^\beta), \tilde{d}^{(0)} = 1 \quad (14)$$

验证在  $t_0$  时刻以及非线性弹的情形, 式 (14) 都可还原回 (11) 式。 (13) 式关于  $\beta=1$  的曲线形态如图 3 所示。

为工程实用需将上述单向损伤的本构关系推广到混合加载模式。为此, 首先给出界面上一点在混合模式下的形变相对位移分离量定义:

$$v = \sum_{i=1}^3 \bar{\Delta}_i \hat{r}_i, \quad \bar{\Delta}_j = \frac{\Delta_j}{\Delta_j^c} \quad (15)$$

$$\|v\| = \lambda = \sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \Delta_3^2}$$

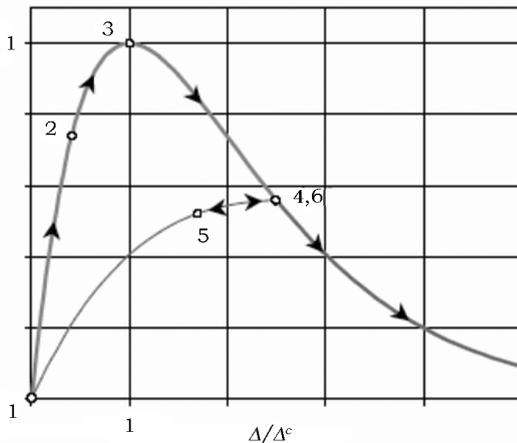


图 3 不可逆硬软化损伤本构关系曲线

沿方向  $v$  的正则化面力  $\bar{T}_v$  取以下函数形式:

$$\bar{T}_v(\bar{\Delta}_1, \bar{\Delta}_2, \bar{\Delta}_3) = \lambda Q(\bar{\Delta}_1, \bar{\Delta}_2, \bar{\Delta}_3) \quad (16)$$

$Q$  的函数形式需满足损伤起始的判据式 (9) 以及损伤扩展判据式 (10), 且随着介质层相对位移分离量的增大而降低。参考 (13) 式,  $Q$  取以下形式:

$$Q = \exp\left(\frac{2 - \mu^\beta / \tilde{d} - \tilde{d}}{\beta}\right) \quad (17)$$

式中,  $\mu$  称为混合模式下的标量位移, 虑及混合模式下介质层的分离位移耦合以及对损伤起始与扩展适应性, 取为:

$$\mu = (|\Delta_1|^\alpha + |\Delta_2|^\alpha + \langle \Delta_3 \rangle^\alpha)^{\frac{1}{\alpha}} \quad (18)$$

式中的参量  $\alpha$  取值与损伤起始及扩展的判据表达式相同。

既然介质层在形变后产生分离, 那么介质层也可以产生挤压, 形成所谓的接触问题。这说明上述的分析过程中用 Heaviside 函数仅处理界面张开是有缺陷的。为此需再考虑在损伤本构关系中引入界面相互渗透的惩罚项作用。于是, 最终的介质层损伤软化本构关系取定下述形式:

$$\begin{Bmatrix} \bar{T}_1 \\ \bar{T}_2 \\ \bar{T}_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{\Delta}_1 \\ \bar{\Delta}_2 \\ \langle \bar{\Delta}_3 \rangle \end{Bmatrix} \exp\left(\frac{2 - \mu^\beta / \tilde{d} - \tilde{d}}{\beta}\right) + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\langle \bar{\Delta}_3 \rangle \end{Bmatrix} \exp\left(\frac{1 + \kappa |\bar{\Delta}_3|^\beta}{\beta}\right) \quad (19)$$

式中,  $\kappa$  称为界面接触穿透的惩罚因子。可以证明 (19) 式对损伤起始及扩展判据的适应性<sup>[5]</sup>。

## 2 界面有限元

由上述理论分析以及胶层变形分离的特点,界面单元  $S_e$  由两个层上的几何节点构成(每个层上的节点即是两粘接物的各自节点),故一般界面单元的节点为  $2n$  个,其节点位移定义为  $q_{1j}^\pm, q_{2j}^\pm, q_{3j}^\pm$ , ( $j=1, \dots, n$ )。具体计算可将两面上的节点位移在列阵中前后安排,即:

$$q = \{q^+, q^-\}^T = \{q_{11}^+, q_{21}^+, q_{31}^+, \dots, q_{1n}^-, q_{2n}^-, q_{3n}^-\}^T \quad (20)$$

于是,界面单元的场位移矢量即可采用插值函数来获得,即:

$$U^\pm = Nq^\pm \quad (21)$$

这里,  $N$  为  $3 \times 3n$  的插值函数矩阵。这样,上下两界面分离矢量的变分(式 8 表示的虚位移)同样用节点插值可得:

$$\delta \Delta = Q_+^T N \delta q^+ - Q_-^T N \delta q^- = [B^+, B^-] \delta q = B \delta q \quad (22)$$

为推导界面的单元刚度矩阵,需建立界面的虚功表达式以及对此进行数值计算。由虚功原理,界面体中一个单元的内力虚功可表示为:

$$\delta W_{int}^e = \iint_{S_e} \delta \Delta \cdot T dS_m = \delta q^T \iint_{S_e} B^T T dS_m = \delta q^T f_{int}^e \quad (23)$$

式(23)中,  $f_{int}^e$  为界面单元的等效节点力;  $T$  为介质层中面上的面力,由本构关系知,  $T$  为界面相对位移量的非线性函数。

从计算原理上讲,  $f_{int}^e$  的计算必须是精确的,而切线刚度矩阵的计算可以是粗略的(用割线刚度或引入对切线刚度的近似等),但需通过建立恰当的迭代逐步获得精确的计算。界面单元的切线刚度矩阵出自对单元等效节点力  $f_{int}^e$  的近似,即:

$$f_{int}^e(q^{(i)} + \Delta q) \approx f_{int}^e(q^{(i)}) + \left[ \frac{\partial f_{int}^e}{\partial q} \right]_{q=q^{(i)}} \Delta q \quad (24)$$

式中的  $i$  表示迭代数。界面单元在第  $i$  步迭代的切线刚度即可知:

$$K_t^e = \frac{\partial f_{int}^e}{\partial q} \approx \iint_{S_e} B^T D B dS_e \quad (25)$$

式中  $D$  即为材料的切向刚度,涉及到对本构关

系的复杂微分运算,且需处理 Heaviside 函数的微分(计及界面挤压情况)等。虑及篇幅限制,请参考文献[4]。

为着简化切向刚度的计算,可简化对几何矩阵  $B$  的计算。为此,忽略(8)式中旋转矩阵关于界面相对位移  $U$  的导数项,这意味着(22)式中的  $B^+ = B^-$ 。为统一起见,定义:  $B_s = B^+ = B^-$ 。于是,  $B = [B^+, -B^-] = \tilde{B} = [B_s, -B_s]$ 。这样,(25)式简化为:

$$K_t^e = \frac{\partial f_{int}^e}{\partial q} \approx \iint_{S_e} \tilde{B}^T D \tilde{B} dS_e = \begin{bmatrix} K_e & -K_e \\ -K_e & K_e \end{bmatrix} \quad (26)$$

这样在数值计算的迭代过程中,切向刚度的计算仅计算其 1/4 块元素即可。

## 3 数值算例

文献[4-7]介绍了应用连续介质损伤力学模型所进行的数值算例研究。[4]分别对双悬臂纯 I 型开裂构形(DCB)、纯 II 型开裂的悬臂梁构形(ELS)、混合开裂模式的端部缺口弯曲构形(ENF)以及固定混合开裂比的悬臂梁构形(FRMM)的加卸载过程进行了有限元数值计算。算例构形如图 4 所示,界面层位于构形的对称处,文中被胶接物采用复合材料。

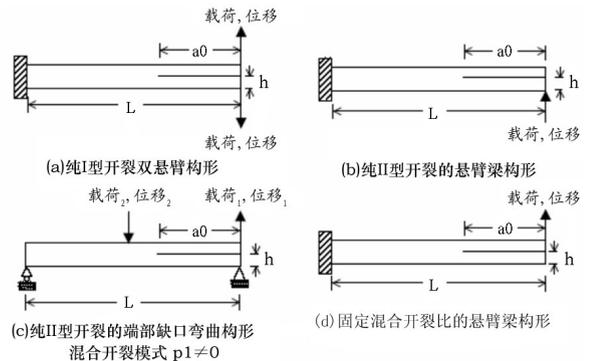


图 4 界面含裂纹构形示意图

典型的有限元模型如图 5 所示,为适应非线性计算需要,计算中均采用位移加载模式,同时计算加载点位移。通过加载点的位移-载荷曲线与试验结果进行对比,以反映数值计算过程的正确性。

典型位移加载与作用力在一个加卸载过程的理论计算、数值计算与试验曲线对比如图 6 所示,其反映了连续损伤力学模型的计算有效性与精度。

## 4 工作展望

上述介绍的研究工作反映了连续介质力学模型对胶层破损过程模拟的有效性。从特点上看,损伤

力学模型对界面破损全过程进行了细致刻画分析,在本质上与介质层破损的物理过程相一致,在经验假设的基础上给予了量的恰当处理,使得用数值方法仿真这一物理过程成为可能,也为复杂构形的胶接结构体损伤容限分析奠定了数值计算基础;但分析过程必须是非线性计算的,计算工作量较大,且迭代计算的收敛性需要细致解决好。

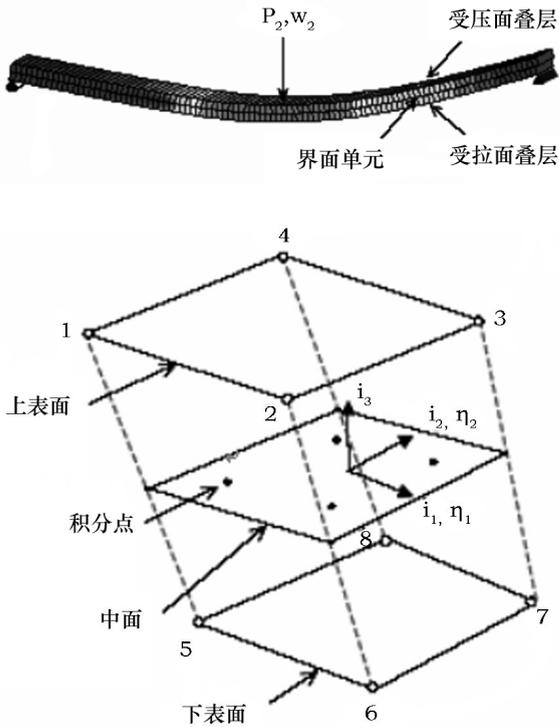


图5 典型有限元分析模型

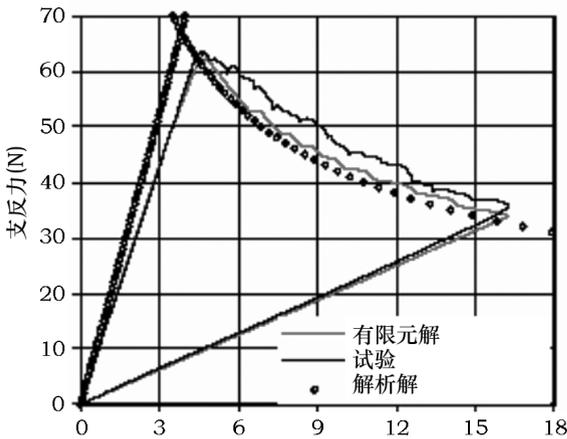


图6 DCB试样端部分离位移与作用力的加卸载关系曲线  
连续介质损伤力学模型优越于线弹性断裂力学

的方面在理论上对过程区的描述更加物理本质化,更为合理;在数值计算上没有裂尖奇异性的处理,也没有裂纹自相似扩展的额外要求,因此,更加自然与真实。

连续介质损伤力学模型并不要求胶接体必需包含裂纹,损伤的起始与发展完全可以从一个高应力区开始,逐步形成裂纹及过程区。这样在上述简单加卸载情形下的力学模型推广到反复疲劳加载状态时,就可以完全描述裂纹的起始及扩展过程,将微裂纹段与宏观裂纹段的扩展联系在一起,成为工程耐久性与损伤容限分析的优秀方法之一。

参考文献:

[1] Willam B, Ken L. Composite Affordability Initiative Phase I: Concept Design Maturation. AIAA Journal, AIAA-98-1874, 2239-2246, 1998.

[2] Adams R. D. Adhesive Bonded Single Joints, Especially with Composite Adherends; A Review. Journal of Adhesion Sci. & Tech., Vol. 30, 219-242, 1988.

[3] Turaga U. V. R. S., Sun C. T. An Investigation of Adhesive Single-Lap Joints with Attachments. Proceeding of 44<sup>th</sup> AIAA/ASME/ASCE/AHS Structure, Structural Dynamics and Material Conference, AIAA 2003-1957.

[4] Vinay K. Goyal, Eric R. Johnson, Chris Cassino. An Irreversible Constitutive Law for Delamination Process Using Interface Elements. Proceeding of 43<sup>th</sup> AIAA/ASME/ASCE/AHS Structure, Structural Dynamics and Material Conference, AIAA 2002-1576.

[5] Vinay K. Goyal, Eric R. Johnson, Chris Cassino. Computational Model for Progressive Failure of Adhesively Bonded Joints. Proceeding of 44<sup>th</sup> AIAA/ASME/ASCE/AHS Structure, Structural Dynamics and Material Conference, AIAA 2003-1597.

[6] Vinay K. Goyal, Eric R. Johnson. Cohesive-De cohesive Interfacial constitutive Law for the Analysis of Fatigue Crack Initiation and Growth. Proceeding of 44<sup>th</sup> AIAA/ASME/ASCE/AHS Structure, Structural Dynamics and Material Conference, AIAA 2003-1678.

[7] Carlos G. Dávila, Pedro P. Camanho. Analysis of Effects of Residual Strain and Defects on Skin/Stiffener Debonding Using Decohesion Elements. Proceeding of 44<sup>th</sup> AIAA/ASME/ASCE/AHS Structure, Structural Dynamics and Material Conference, AIAA 2003-1465.