

基于 CATIA 的 Formulas 功能实现二次曲线的 G2 连续

陈学刚 赵小辉 王磊

(上海飞机设计研究院总体气动设计研究部,上海 200235)

G2 Continuous Conic Curve Is Realized Via CATIA-based Formulas Function

Chen Xuegang Zhao Xiaohui Wang Lei

(General Configuration and Aerodynamics Department of SADRI, Shanghai 200232, China)

摘要:首先简要概述了物面压力分布与物面外形之间的关系,进而介绍了飞机外形设计中经常用到的一类曲线—二次曲线,并导出二次曲线 G2 连续的条件和公式,最后介绍了在 CATIA 中运用 Formulas 功能实现二次曲线 G2 连续的方法,并以实例将该方法应用到飞机外形设计中。

关键词:压力分布;二次曲线;CATIA Formulas

[Abstract] In this paper, the correlation between surface pressure distribution and body geometry is addressed first, followed by a brief description for conic curve used widely and frequently in aircraft geometry design. A G2 continuous condition expression for conic curve is given. G2 continuous conic curve is realized via CATIA-based formulas, and applied to aircraft geometry design.

[Key words] Pressure Distribution; Conic; CATIA Formulas

0 引言

在飞机设计中,飞机良好的气动特性是设计者追求的主要目标之一。在研究飞机气动特性时,经常采用分析物面压力分布特性的方法,物面的压力分布与物面的外形之间有密切的关系,若想设计出气动特性好的飞机,则需对其外形进行精细化设计。在飞机外形设计中,二次曲线是一类重要的曲线,尤其是在机身类外形设计中,因其具有精确定义、曲率连续、保凸性好的特点而被经常使用^[1],但在飞机外形设计中,一段二次曲线往往很难将复杂的外形轮廓表达出来,需要多段二次曲线进行组合来设计飞机外形,为保证飞机获得较好的气动特性,需要二次曲线在连接点处达到 G2 连续(即曲率)本文通过分析二次曲线的曲率特点,给出了二次曲线在连接点处理 G2 连续的条件,并通过 CATIA 的 Formulas 功能在 CATIA 中实现了飞机曲线的 G2 连续。

1 压力分布与外形

在稳态流动中,物面的压力分布一般有如下特点^[2]:1)在物体前后缘附近有驻点(即 $C_p = 1$);2)在物体的上表面或下表面有速度最大点(即 C_p 最小);3)在非驻点区域,压力分布与曲面的曲率之间有密切关系,曲面曲率越大(凸曲面),当地的气流流速越高,因而压力系数(C_p 为负值)越小,该关系如图 1 所示。在稳态流动中,某一流体粒子受到的向心力为:

$$(P + \Delta P - P) \cdot \Delta S = m \cdot V^2/r = \Delta P \cdot \Delta S \quad (1)$$

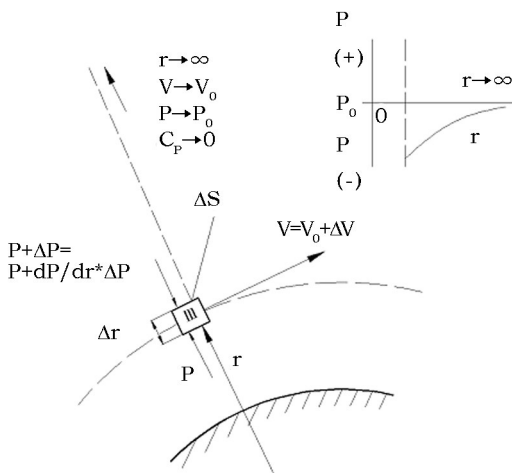


图 1 压力分布与几何外形

由于 $dP/dr > 0$, 则 $P < P_0$, $V > V_0$, 因此 $C_p < 0$ 。由此可以看出,物面的压力分布与物面的外形有内在的联系,要获得所希望的物面压力分布可以通过精细设计物面的外形来完成。为得到飞机良好的气动特性,尽量保证飞机的外形曲面在连接点处达到 G2 连续,尤其是沿顺气流方向和飞机的关键部位处及气动敏感区域。

2 二次曲线

在数学上,二次曲线的通式为^[3]:

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad (2)$$

从几何的角度来讲,二次曲线是由平面与圆锥体相交所得到的交线,如图 2 所示。

平面与圆锥体不同的相对位置关系,得到的二次曲线的形状各异,如圆、椭圆、抛物线、双曲线。

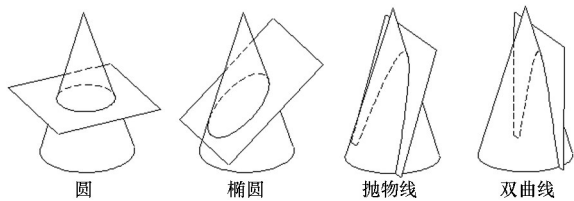


图2 二次曲线几何表示

由二次曲线的数学通式可以看出,二次曲线有 $A、B、C、D、E、F$ 六个未知数,但只有五个是独立的,故确定一条二次曲线需要五个条件。在确定二次曲线的方法中,有一种方法经常使用,即由起始点、终点、顶点和形因子确定,其定义如图3所示。 $A、C$ 分别为起点、终点; B 为顶点,即二次曲线端点切线的交点; E 为二次曲线的控制点,也称作肩点;形因子定义为: $f = |DE|/|BD|$,也称作二次曲线的判别值, f 的取值不同(E 点的位置不同),二次曲线形状各异。当 $f < 0.5$ 时,二次曲线为椭圆弧段;当 $f = 0.5$ 时,二次曲线为抛物线弧段;当 $f > 0.5$ 时,二次曲线为双曲线弧段。

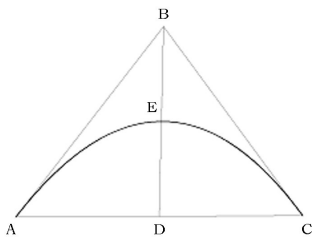


图3 二次曲线始点、终点、肩点表示

在飞机外形设计中,用一段二次曲线往往很难将飞机部件的外形表达出来,通常需要两段以上的二次曲线来表达飞机部件的外形。为保证飞机外形的光顺性或者流线性,需要二次曲线在连接点处不但应满足 $G0$ 连续,而且要达到 $G2$ 连续,其实质是曲线在该点处有相同的切矢和曲率(或曲率半径)。满足该条件的连接点称为二次曲线的共轭点。

下面将推导二次曲线端点处的曲率及二次曲线在连接点处 $G2$ 连续的条件^[3]。虽为简化计算,但又不失一般性,现将二次曲线放在如图4所示的坐标位置中。

二次曲线的一个端点与坐标原点重合,则 A 点的切线方程式为:

$$y = 0 \tag{3}$$

C 点的切线方程式为:

$$c(x - a) + (a - b)y = 0 \tag{4}$$

弦 AC 的直线方程式为:

$$cx - by = 0 \tag{5}$$

由始终点及其切矢和一个控制点确定的二次曲线族的方程式为:

$$K_0 l_3^2 - l_1 l_2 = 0 \tag{6}$$

式中

$$K_0 = l_1 l_2 / l_3^2 \Big|_{E(X_0, Y_0)} \tag{7}$$

将式(3)、(4)、(5)代入式(6),并按照 y 的降幂排列,得到:

$$[K_0 b^2 - (a - b)] y^2 + \tag{8}$$

$$[ac - (2bcK_0 + c)x] y + K_0 c^2 x^2 = 0$$

对式(8)两边分别求 x 的一阶、二阶导数,得到:

$$2[K_0 b^2 - (a - b)] y y' + [ac - (2bcK_0 + c)x] y' - \tag{9}$$

$$(2bcK_0 + c)y + 2K_0 c^2 x = 0$$

$$2[K_0 b^2 - (a - b)] y'^2 + 2[K_0 b^2 - (a - b)] y y'' + \tag{10}$$

$$[ac - (2bcK_0 + c)x] y'' - 2(2bcK_0 + c)y' +$$

$$2K_0 c^2 = 0$$

由于在 A 点处 $x = y = y' = 0$,则对式(10)简化得到 A 点的曲率为:

$$y'' \Big|_A = -2K_0 c/a \tag{11}$$

又 $f = |DE|/|BD|$,将 E 点坐标值 (X_0, Y_0) 代入式(7),得到:

$$K_0 = - (1 - f)^2 / 4af^2 \tag{12}$$

将式(12)代入式(11)得到 A 点的曲率为:

$$y'' \Big|_A = (1 - f)^2 c / 4a^2 f^2 \tag{13}$$

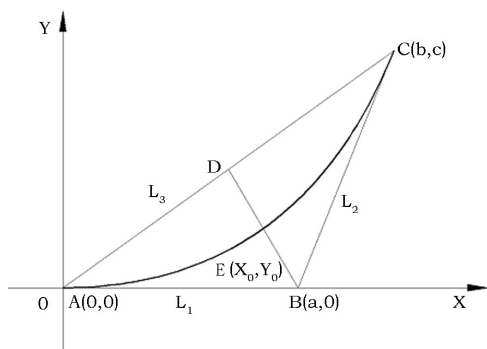


图4 二次曲线

二次曲线在连接点处 $G2$ 连续,即二次曲线在连接点处坐标值、切矢、曲率均相同,即 $y \Big|_{1A} = y \Big|_{2A}$ 、 $y' \Big|_{1A} = y' \Big|_{2A}$ 、 $y'' \Big|_{1A} = y'' \Big|_{2A}$ 。当用二次曲线进行飞机外形设计时,可以根据式(13)计算出第一段二次曲线端点的曲率,设计第二段二次曲线时,保证曲率相同,可以得到第二段二次曲线的形因子和连接点处曲率的关系,即:

$$f_2 = 1 / (1 + \sqrt{2a^2 y'' \Big|_{1A} / b_2}) \tag{14}$$

这样便保证了二次曲线在连接点处的 G2 连续性。

3 在 CATIA 中实现二次曲线的 G2 连续

CATIA 是法国达索公司推出的一套高级 3D 设计软件,该软件在航空等行业中得到了广泛的应用。该软件提供了设计二次曲线的命令 (Conic 命令)^[4],其界面如图 5 所示。该命令中提供了多种设计二次曲线的方法,但常用的方法是始终点及其切矢和形因子(即命令中的 Parameter)方法。该命令只能做到二次曲线在连接点处的 G1 连续,无法实现 G2 连续。但 CATIA 提供功能强大的 Formulas,即公式编辑,其界面如图 6 所示。Formulas 提供很多种类的函数及操作,可以建立变量并通过编辑公式给变量赋值、量取几何元素的参数等等。根据上节推导出的二次曲线端点曲率公式,运用 Formulas 将已设计的二次曲线端点曲率 $\tilde{y}''|_{L_1}$ 计算出来并赋给某一变量,在设计第二段二次曲线时,对 Conic 中的 Parameter 运用式(14)通过公式编辑赋值,这样二次曲线形因子的值便与端点的曲率联系起来,并由它确定,从而实现了二次曲线的 G2 连续。

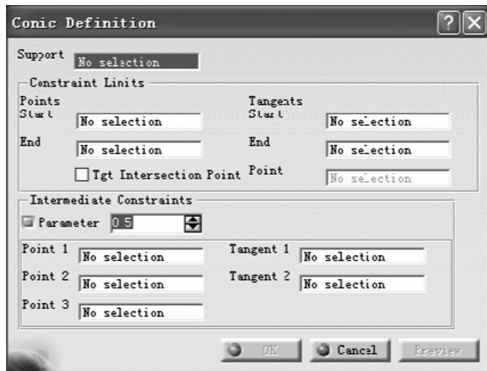


图 5 二次曲线定义界面

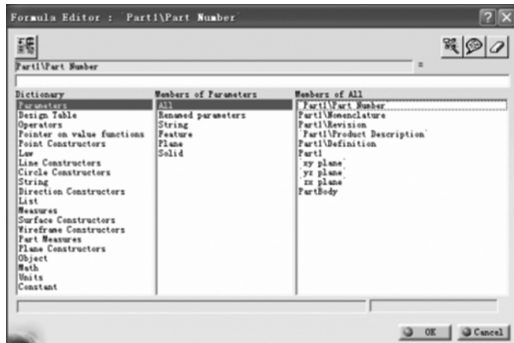


图 6 Formulas 功能界面

4 二次曲线在飞机外形设计中的应用

根据以上讨论,将上述方法应用到飞机的外形设计中。图 7 显示了飞机某部位二次曲线在连接点处的连续情况,由曲率分析图可以看出,这两段二次曲线在连接点处实现了 G2 连续,并且整段曲线的曲率变化较均匀,因而能够获得较好的气动效果。

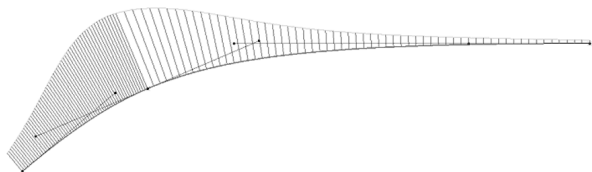


图 7 二次曲线应用

5 结论

本文首先探究了物面的压力分布与物面外形之间的内在联系;继而介绍了飞机外形设计中常用的一类曲线——二次曲线,推导出二次曲线在连接点处 G2 连续所需要的条件及公式,讨论如何在 CATIA 中实现二次曲线在连接点处的 G2 连续。诚然,飞机外形的曲率连续对飞机的气动特性有重要的影响,但同时曲率的变化规律对飞机的气动特性也有很重要的影响,在运用二次曲线进行飞机外形设计时,不仅要注意曲率的连续性,更要注意曲率的变化规律,有时实现了曲率连续性,但是若曲率变化有突变或变化剧烈,同样也很难获得良好的气动特性,因此,要设计出气动特性好的飞机,应对其外形进行精细化设计。

探究飞机外形与飞机气动特性之间的关系,应该是飞机外形设计者或气动外形设计者不断追求的目标,对两者不仅要有定性上的认识,最好还要有定量上的认识,只有较好地把握两者之间的关系,才能设计出较完美的,能够满足气动特性要求的飞机。

参考文献:

- [1] 飞机设计手册. 总编委会飞机设计手册,民用飞机总体设计[M]. 2005:177-205.
- [2] Desktop Aeronautics, Inc, Aircraft Design: Synthesis and Analysis, 2001:217-323.
- [3] 梁秉海. 飞机部件理论外形的计算和绘制[M]. 1978:4-26.
- [4] Dassault Systemes, Catia V5 Help, 2008.